OCENA ROZPRAWY DOKTORSKIEJ MGR INŻ . MICHAŁA ZWIERZYŃSKIEGO

ZBIGNIEW JELONEK

Rozprawa doktorska Pana Michała Zwierzyńskiego koncentruje się głównie na badaniu zbiorów E_λ afinicznie λ-równoodległych krzywych płaskich. Zbiory te są niezmiennikami afinicznymi krzywych i ich różne wariacje były intensywnie badane głównie dla owali wypukłych. Autor rozprawy podjął się ambitnego zadania opisania tych zbiorów w ogólnej sytuacji, t.j., dla w miarę ogólnych krzywych płaskich (w szczególności autor dopuszcza krzywe niewypukłe a nawet z samoprzecięciami).

Zbiór $E_\lambda(C)$ krzywej płaskiej C definiujemy jako zbiór $E_\lambda(C) = \{\lambda a + (1-\lambda)b\}_{a,b}$, gdzie a, b przbiega wszystkie pary równoległe krzywej C , t.j., takie pary $(a,b), a \neq b$, że $T_aC = T_bC$. Autor utożsamia krzywą z jej parametryzacją , a osobliwości krzywej z osobliwościami parametryzacji, co dla recenzenta przyzwyczajonego do metod geometrii algebraicznej jest dość egzotyczne. Dlatego trzeba mieć na uwadze, że np. nody dla autora nie są osobliwościami krzywej. Celem autora jest opis krzywej $E_\lambda(C)$ i jej osobliwości w dość ogólnej sytuacji.

Żeby uporać się z tym zadaniem autor konstruje odpowiednie narzędzia, na przykład uogólnione pole normalne czy też algorytm pozwalający opisać gładkie gałęzie krzywej $E_\lambda(C)$. Autor wprowadza tu użyteczne narzędzia (np. funkcję kąta, ciąg punktów podziału itd.) za pomocą których buduje ten algorytm. Metoda autora prowadzi do licznych wniosków, dowodzi on twierdzenia o parzystości liczby punktów przegięcia krzywej $E_\lambda(C)$ i nieparzystości bądź parzystości liczby kaspów. Szkoda, że autorowi umykają przy tym podejściu nody jako osobliwości krzywej $E_\lambda(C)$. Wynika to ze specyficznej definicji punktów osobliwych krzywej jako punktów osobliwych jej parametryzacji. Mimo to uważam tą część rozprawy za interesującą i niewatpliwie wymagającą sporego technicznego wysiłku.

Rozprawa zawiera też ciekawe uogólnienie znanej nierówności izoperymetrycznej jak i oszacowanie długości krzywej $E_\lambda(C)$. W szczególności autor pokazuje, że jeśli L_C, A_C oznaczają odpowiednio długość owalu C i pole figury ograniczonej przez C to

$$L_C^2 \geq 4\pi A_C + 8\pi|\tilde{A}_{E_{1/2}(C)},|$$

gdzie $\tilde{A}_{E_{1/2}(C)}$ oznacza zorientowane pole kaustyki Wignera wyznaczonej przez owal C. Ten rezultat bardzo mi się podoba. Praca zwiera również wiele innych bardziej szczegółowych rezultatów.

Praca pana Zwierzyńskiego pokazuje jego obszerną wiedzę z analizy rzeczywistej, geometrii rożniczkowej i teorii osobliwości. Praca zawiera wiele orginalnych pomysłów i jest wartościową rozprawą matematyczną. Kandydat poradził sobie dobrze z technicznie trudnym problemem jaki wyznaczył mu promotor. Może rozprawa jest zbyt obszerna, ale trudno to uznać za zarzut. Trzeba też podkreślić, że rozprawa jest w zasadzie samowystarczalna, autor dodał dodatek, w którym dowodzi większość faktów z których korzysta. Niewątpliwie jest to dużym plusem tej rozprawy.

Co do wad rozprawy to muszę przyznać, że styl autora jest solidny ale trochę ciężki, w natłoku szczegółów trudno wyłowić zasadniczą ideę. Z drugiej strony sam przedmiot rozprawy jest dość techniczny i myślę że to trochę usprawiedliwia autora. Również utożsamianie krzywej tylko z jej parametryzacją nie wydaje się właściwe, tracimy w ten sposób z oczu pewne własności tej krzywej, np. jak wspomniałem dla autora nody nie są osobliwościami, co jest trochę nienaturalne.

Znalazłem też trochę drobniejszych mankamentów, na przykład w definicji 1.1.10 autor powinien dodać założenie o niezerowaniu się krzywizny również w punkcie b. Autor wydaje się być świadomy, że to dodatkowe założenie jest potrzebne (sygnalizuje to w uwadze 1.1.11) natomiast nie umieszcza tego założenia w tekście. Tego typu niekonsekwencje znalazłem też w paru innych miejscach. Również w pewnych miejscach autor nazywa okrąg sferą, to powinno zostać poprawione.

Podsumowując uważam rozprawę za ciekawą pracę matematyczną w której autor uogólnił na szerszą klasę krzywych szereg klasycznych pojęć rozważanych wcześniej jedynie dla wypukłych owali. Autor znalazł nową ogólniejszą formę dla klasycznej nierówności izoperymetrycznej, która wykorzystuje pole nie tylko figury ograniczonej przez krzywą ale również pole ograniczone przez jej kaustykę Wignera. Ponadto autor wykazał się biegłością w zakresie analizy matematycznej i geometrii różniczkowej. Praca zawiera wiele orginalnych pomysłów autora. Myślę że rozprawa spełnia wszystkie wymogi Ustawy o tytule naukowym i stopniach naukowych konieczne do uzyskania stopnia doktora.

Zbigniew Jelonek

Jelonek

(Z. Jelonek) Instytut Matematyczny, Polska Akademia Nauk, Śniadeckich 8, 00-956 Warszawa, Poland

E-mail address: najelone@cyf-kr.edu.pl